

Helyi tanterv

– 11-12 évfolyam fakultáció –

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvény táblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a NAT-ban leírt tananyag tartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul inductív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget

vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkéesség, másokkal való együttműködés készsége).

A helyi tanterv a „Matematika kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára” alapján készült.

11–12. évfolyam fakultáció

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismétlésében, rendszerezésében. A digitális eszközök támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

Bizonyos témakörök ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria, térgeometria, valamint a differenciálszámítás és az integrálszámítás a fakultációs csoportokban. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább

lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy óraszám 372 óra. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 75 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismétlésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	11. évf.	12. évf.
Halmazok, matematikai logika	5	9
Kombinatorika, gráfok	18	0
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14	0
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12	0
Exponenciális folyamatok vizsgálata	25	0
Sorozatok	24	0
Differenciál-számítás	30	0
Integrálszámítás	0	26
Trigonometria, geometriai egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok	42	0
Koordinátageometria	34	0
Térgeometria	0	30
Leíró statisztika	0	8
Valószínűség-számítás	0	20
Rendszerező összefoglalás	0	75
Összes óraszám:	204	168

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: $5 + 9 = 14$ óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évf. végére:

- ismerje a halmazok ekvivalenciáját;
- ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját;
- bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen;
- tudja, hogy a valós számok halmaza nem megszámlálható.

a 12. évf. végére:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tudjon egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

logikai műveletek, axióma, alapfogalom

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével
- Rejtvényújságokban szereplő feladványok megfejtése következtetések láncolatán keresztül
- Stratégiai játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: $18 + 0 = 18$ óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évf. végére:

- tudjon visszatevéses mintavételt számítani
- tudjon visszatevés nélküli mintavételt számítani
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- Ismétléses kombináció
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában
- Kombinatorikai feladatok megoldása a komplementer esetek meghatározásának segítségével

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése

- Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14+0 = 14 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezősz felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága
- A $\sqrt{2}$ irracionalitásának bizonyítása
- Oszthatósági feladatok megoldása teljes indukcióval és nevezetes azonosságok alkalmazásával

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, prím, relatív prímelek, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztükkök” bemutatása
- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

- \sqrt{n} hosszú szakasz szerkesztési eljárásának bemutatása

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12+0 = 12 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.
- ismerje a permanenciaelvét;
- tudjon exponenciális egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani;
- tudjon egyszerű logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása a logaritmus azonosságai segítségével.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Permanencia-elv
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ($x \mapsto a^x$) ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra – ismerje, bizonyítsa és alkalmazza
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához
- A logaritmus azonosságai – ismerje, bizonyítsa és alkalmazza
- Ismerje és bizonyítsa a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:
 - $x \mapsto a^x$
 - $x \mapsto \log_a x$
- Egyszerű logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása

FOGALMAK

n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt

- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel
- Annak bemutatása, hogy a logaritmus segítségével hogyan lehet számok szorzását számok összeadására visszavezetni
- A logaritmus-táblázat és a logarléc mint matematikatörténeti érdekességek megismertetése

TÉMAKÖR: Exponenciális folyamatok vizsgálata

JAVASOLT ÓRASZÁM: 25+0 = 25 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold exponenciális egyenleteket, (egyszerű) egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában

- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: **Sorozatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 24 + 0 = 24 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a sorozat fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás).
- Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát, valamint ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját.
- Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket
- megállapítja konvergens sorozatok véges és végtelen határértékét;
- Az e definíciója, az $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat
- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában;
- tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészletet számolni;
- Ismerje és alkalmazza egyszerű feladatokban a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számtani és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számtani sorozat, az n -edik tag (levezetéssel), az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag (levezetéssel), az első n tag összege
- A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közösleges tört alakját.
- Számtani és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjáradék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjáradék, törlesztőrészlet, konvergencia

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Differenciál-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 30+0 = 30 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri függvények határértékének és folytonosságának fogalmát;
- teljes függvényvizsgálatot tud végezni a tanult függvények körében.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát;
- Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás).
- a tanult függvények körében meghatározza a derivált függvényt;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Függvény folytonossága
- Függvény határértéke (a „sorozatos” és a „környezetes” definíciók ekvivalenciája)
- Folytonos függvények, folytonossá tehető függvények (megszüntethető és nem megszüntethető szakadás)
- Összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályai, és ezek alkalmazása
- Összetett függvény deriválási szabályainak alkalmazása egyszerűbb esetekben
- Tudja bizonyítani, hogy $(x^n)' = nx^{n-1}$ ($n \in \mathbb{N}$).
- Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.
- Deriválási szabályok, összeg, szorzat, hányados, összetett függvény

FOGALMAK

függvény határértéke végesben és végtelenben, folytonosság szemléletes fogalma, differencia- és differenciálhányados

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvény tulajdonságai
- A deriválás használata görbéhez adott pontbeli érintő egyenletének meghatározására (bevezetesként is jó)
- A pillanatnyi sebesség meghatározása (bevezetesként)
- Példák nem differenciálható függvényekre
- A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.
 - Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.
 - Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.
 - A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.
 - Középtértéktételek.
- A második derivált és a konvexitás kapcsolatának részletes vizsgálata
- Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása
- Fizika: harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata
- Fizika: fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése
- Fizika: Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák
- *Matematikatörténet*: Fermat, Cauchy, Weierstrass

TÉMAKÖR: **Integrálszámítás**

JAVASOLT ÓRASZÁM: $0+26 = 26$ óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a határozatlan és határozott integrál fogalmát;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.
- Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.
- Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény grafikonja alatti területet kiszámolni.
- a tanult függvényeket tudja integrálni.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Határozatlan integrál
- Alsó és felső közelítő összeg
- Az integrál mint a felső határ függvénye
- Newton-Leibniz formula
- Alkalmazás görbe alatti terület kiszámítására (előjeles terület is)

FOGALMAK

alsó-felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, az integrál mint a felső határ függvénye

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Bevezető feladatok az integrál fogalmához (függvény görbe alatti terület, a megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület összefüggése)
- Az integrálszámítás alkalmazása ívhossz, forgástestek térfogatának és felszínének meghatározására
- Az integrálszámítás alkalmazása tehetetlenségi nyomaték, súlypont, megtett út meghatározására
- Parciális integrálás
- Példák nem integrálható függvényekre
- *Matematikatörténet*: Leibniz, Newton, Riemann

TÉMAKÖR: **Trigonometria, geometriai egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok**

JAVASOLT ÓRASZÁM: $42+0 = 42$ óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét;
- **alkalmazza ismereteit geometriai egyenlőtlenségek és szélsőérték-feladatok megoldásában.**

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompszög szinusza, koszinusza, tangense

- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Szinusz, koszinusz, tangens értelmezése tetszőleges forgásszög esetén
- Valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények ábrázolása, egyszerű transzformációk végrehajtása, a függvények jellemzése
- Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:
 - $x \mapsto \sin x$
 - $x \mapsto \cos x$
 - $x \mapsto \operatorname{tg} x$
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és alkalmazza az alábbi összefüggéseket:
 - $t = rs$ (bizonyítással),
 - $t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$.
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása
- Bizonyítsa nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteit.
- Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket ($\sin(\alpha+\beta)$, $\cos(\alpha+\beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$, $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$).
- Bizonyítja a koszinusztételt
- Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tudjon egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában
- Interaktív digitális eszközök használata a valós számok halmazán értelmezett szögfüggvények szemléltetéséhez
- A szögfüggvények szerepének bemutatása a harmonikus rezgőmozgást jellemző mennyiségekben

TÉMAKÖR: **Koordinátageometria**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 34+0 = **34 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 11. évfolyam végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- ismerje a parabola fogalmát, egyenletét;
- ismeri és alkalmazza feladatokban a vektor 90° -os elforgatottjának koordinátáit, valamint a skalárszorzat kiszámítását vektorok koordinátáiból;
- bizonyítsa a skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tételt;
- tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni;
- tudja levezetni a kör egyenletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket.
- Igazolja és alkalmazza a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.
- Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni.

- Tudja többféle alakban felírni és levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból.
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében
- Vektorok skaláris szorzata definíciójának, tulajdonságainak ismerete és alkalmazása
- Tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni.
- Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát.
- Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát.
- Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját.
- Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.
- Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait.
- Tudja levezetni a parabola $x^2=2py$ alakú egyenletét.
- Tudjon feladatokat megoldani az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

irányvektor, normálvektor, skaláris szorzat

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Hétköznapi helyzetek, mozgások, tervrajzok modellezése koordináta-geometriai eszközökkel
- A skaláris szorzat előfordulásának megmutatása fizikai mennyiségeknél

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0+30 = 30 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a testek felszínének és térfogatának kiszámítási módjait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választát;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket;
- tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni;
- bizonyítsa a csonkagúla és csonkakúp térfogatképletét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Térelemek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplap, oldallap, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal

- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

TÉMAKÖR: **Leíró statisztika**

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0+8 = **8 óra**

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- Tudjon adathalmazokat összehasonlítani sodrófa-diagramok alapján.
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: súlyozott számtani közép, átlagos abszolút eltérés.
- Tudjon választani az adathalmazt jól jellemző középvértéket, és tudjon a választása mellett érvelni.
- Tudjon statisztikai adatokat értelmezni, értékelni, azokból tudjon statisztikai következtetéseket levonni.
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kvartilisek, terjedelem, szórás

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 0+20 = 20 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása eredményeként a tanuló

a 12. évfolyam végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- Definiálja és alkalmazza a középszinten felsorolt fogalmakat, várható értéket;
- Definiálja és alkalmazza a feltételes valószínűség fogalmát.
- Tudja értelmezni a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell). Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

JAVASOLT TEVÉKENYSÉGEK, KAPCSOLÓDÁSI PONTOK, MATEMATIKATÖRTÉNET

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérméssel dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyereség és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

