



XXIX. Nemzetközi Magyar Matematikaverseny

Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc

2023. április 21.

10. évfolyam

1. Egy dobozban 25 golyó van, közöttük ugyanannyi piros van, mint kék, és van valamennyi zöld golyó is. Legalább 21-et kell kivenni ahhoz, hogy biztosan legyen a kivettek között mindhárom színből. Hány zöld golyó van a dobozban?
2. Az ABC egységoldalú szabályos háromszögnek vegyük fel mindhárom oldalán mindkét harmadolópontját. Legyenek ezek az A csúcstól indulva pozitív forgásirányban haladva P, Q, R, S, T, V . Tekintsük a PRT és a QSV háromszögek közös részét. Milyen síkidom ez? Mekkora a területe?
3. Hány különböző módon írható fel 2020, mint egymást követő pozitív egészek összege? Adja meg az összegeket.

4. Oldja meg az

$$\left. \begin{aligned} x + \frac{x+2y}{x^2+y^2} &= 2 \\ y + \frac{2x-y}{x^2+y^2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

egyenletrendszert a valós számok halmazán.

5. Bizonyítsa be, hogy bármilyen módon helyezünk el 2023 pontot egy 241×241 -es négyzetben, ebből egy 200×200 -as négyzettel mindig le lehet fedni legalább 675 pontot.
6. Az ABC hegyesszögű háromszög C csúcsából induló magasság talppontja az AB oldalon legyen E . Tükrözze az E pontot az AC és a BC oldalakra, a tükröképek legyenek rendre F és G . Az F, C és G pontok köré írt körének az AC oldalegyenessel vett másik metszéspontja legyen P .
 - (a) Bizonyítsa be, hogy a P, E és G pontok egy egyenesre illeszkednek.
 - (b) Legyen a D pont a B csúcsból induló magasság talppontja, a kör középpontja K . Bizonyítsa be, hogy a DE egyenes merőleges a PK egyenesre.